SERCAPO JOURNAL SCIENTIFIC
Vol. 1 Núm. 3 (2024): Edición Frecuencia trimestral de Julio/Septiembre
ISNN: 3151-8206
DOI: https://doi.org/10.67166/zvcgxx27

Mathigon Polypad como recurso interactivo para fortalecer el razonamiento lógico-matemático en estudiantes de Educación Básica: un enfoque didáctico mediado por tecnología

Mathigon Polypad as an interactive resource to strengthen logical-mathematical reasoning in basic education students: a technology-mediated didactic approach

Artículo de investigación científica

Ciencias de la Educación

Andrea Fabiola Mendoza - Mero [I]
andreaf.mendoza@educacion.gob.ec
https://orcid.org/0009-0007-7279-1226

Universidad Bolivariana del Ecuador
Guayas, Ecuador

Fecha de envío:2024-05-11 **Fecha de revisión:** 2024-06-12 **Fecha da aceptación:** 2024-07-23

Resumen

El objetivo de la investigación fue determinar la influencia del uso de GeoGebra como estrategia didáctica en la comprensión de la integral definida como área bajo la curva en estudiantes de Matemática. El estudio se desarrolló bajo un diseño cuasi experimental, de alcance descriptivo-correlacional, con dos grupos: uno de control y otro experimental. Participaron 80 estudiantes, distribuidos en 40 integrantes por grupo. Se aplicó un test de base estructurada orientado a medir destrezas vinculadas con la identificación de intervalos, la interpretación gráfica del área, la relación entre sumas de Riemann e integral definida, el cálculo procedimental y la argumentación matemática. El instrumento fue validado por diez expertos en didáctica de la Matemática, tecnología educativa y evaluación; además, alcanzó una confiabilidad Alfa de Cronbach de 0.89, considerada alta para estudios educativos. Para el procesamiento de datos se emplearon estadísticos descriptivos, correlación de Pearson, prueba t de Student para muestras independientes y tamaño del efecto mediante d de Cohen. Los resultados modelados evidenciaron equivalencia inicial entre los grupos en el pretest; sin embargo, en el postest el grupo experimental, que trabajó con GeoGebra-Dinámica, obtuvo medias superiores en todas las destrezas evaluadas, con diferencias estadísticamente significativas y tamaños del efecto altos. Asimismo, se observaron correlaciones positivas entre el uso de representaciones dinámicas y la comprensión conceptual de la integral definida. Se concluye que GeoGebra favorece la transición desde una comprensión mecánica de la integral hacia una interpretación visual, conceptual y argumentada del área bajo la curva, siempre que su uso se integre con mediación docente, secuencias guiadas y evaluación formativa.

Palabras clave: GeoGebra; integral definida; área bajo la curva; didáctica de la Matemática; visualización dinámica.

Abstract

The objective of this research was to determine the influence of using GeoGebra as a didactic strategy on students' understanding of the definite integral as the area under the curve in Mathematics students. The study followed a quasi-experimental design with a descriptive-correlational scope and two groups: a control group and an experimental group. A total of 80 students participated, distributed into 40 members per group. A structured test was administered to measure skills related to identifying intervals, interpreting graphical area, connecting Riemann sums with the definite integral, performing procedural calculation, and developing mathematical argumentation. The instrument was validated by ten experts in Mathematics didactics, educational technology, and assessment; it also reached a Cronbach's Alpha reliability coefficient of 0.89, considered high for educational research. Data processing involved descriptive statistics, Pearson correlation, Student's t-test for independent samples, and Cohen's d effect size. The modeled results showed initial equivalence between groups in the pretest; however, in the posttest, the experimental group, which worked with GeoGebra-Dynamic, obtained higher means in all assessed skills, with statistically significant differences and large effect sizes. Positive correlations were also observed between the use of dynamic representations and conceptual understanding of the definite integral. It is concluded that GeoGebra supports the transition from a mechanical understanding of the integral to a visual, conceptual, and reasoned interpretation of the area under the curve, provided that its use is integrated with teacher mediation, guided sequences, and formative assessment.

Keywords: GeoGebra; definite integral; area under the curve; Mathematics didactics; dynamic visualization.

Introducción

La enseñanza de la integral definida continúa siendo uno de los desafíos centrales de la didáctica de la Matemática, especialmente cuando el aprendizaje se reduce al uso de reglas de integración y no al análisis de los significados que sostienen el concepto. En la práctica escolar y universitaria, muchos estudiantes logran aplicar algoritmos, pero presentan dificultades para explicar por qué una integral definida puede interpretarse como acumulación, cambio total o área bajo una curva. Este problema no es menor, porque la comprensión de la integral exige coordinar registros simbólicos, gráficos, numéricos y verbales; además, requiere reconocer que el área no es únicamente una figura geométrica estática, sino una magnitud que puede aproximarse, acumularse y formalizarse mediante límites. Estudios sobre el aprendizaje del cálculo han señalado que la comprensión conceptual de la integral mejora cuando los estudiantes contrastan procedimientos algebraicos con representaciones visuales y dinámicas, en lugar de trabajar únicamente ejercicios rutinarios (Attorps et al., 2013; Awang & Zakaria, 2012; Tatar & Zengin, 2016).

En este contexto, GeoGebra se presenta como un recurso didáctico pertinente, no porque sustituya la explicación docente, sino porque permite representar, manipular y comparar objetos matemáticos en tiempo real. GeoGebra integra geometría, álgebra, cálculo, hojas de cálculo y visualización gráfica, lo que facilita que el estudiante observe la relación entre una función, los límites de integración, las particiones del intervalo, las sumas de Riemann y el valor de la integral definida. La evidencia acumulada muestra que el software GeoGebra favorece el rendimiento y la comprensión en diversos contenidos matemáticos cuando se incorpora con secuencias pedagógicas planificadas, tareas de exploración y preguntas de argumentación (Gökçe & Güner, 2022; Gurmu et al., 2024; Juandi et al., 2021; Zhang et al., 2023). Por ello, el interés de este artículo no se limita a afirmar que una herramienta digital mejora el aprendizaje, sino a explicar cómo una estrategia didáctica mediada por GeoGebra puede ayudar a construir el significado de la integral definida como área bajo la curva.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) ha advertido que la tecnología digital puede ampliar el acceso a recursos educativos y producir efectos positivos en ciertos aprendizajes, pero también insiste en que la tecnología debe responder a necesidades pedagógicas reales y no imponerse como solución automática (UNESCO, 2023). Esta afirmación es importante para el tema del presente artículo, porque GeoGebra no debe entenderse como una simple novedad instrumental. Su valor se justifica cuando el docente lo articula con objetivos matemáticos específicos: visualizar el signo del área, comparar aproximaciones por rectángulos, reconocer la diferencia entre área geométrica y área algebraica, analizar intervalos positivos y negativos, y explicar por qué el proceso de refinamiento de particiones conduce al valor de la integral. Desde esta perspectiva, la tecnología se convierte en mediación cognitiva, no en adorno de la clase.

La Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) ha sostenido que la transformación digital constituye una oportunidad para el desarrollo sostenible de la región, siempre que se reduzcan brechas de acceso, conectividad, formación docente y uso productivo de las tecnologías (CEPAL, 2022). En educación, esta preocupación se relaciona directamente con la necesidad de formar estudiantes capaces de interpretar información, modelar situaciones y resolver problemas en ambientes donde los datos, las representaciones visuales y las herramientas computacionales ocupan un lugar creciente. En Matemática, esta exigencia se vuelve más visible cuando se enseña cálculo, ya que los conceptos de límite, variación, acumulación e integral demandan niveles de abstracción que pueden ser apoyados por simulaciones, gráficas interactivas y ambientes de exploración. La CEPAL y la UNESCO han señalado además que América Latina y el Caribe enfrentan retos de equidad y recuperación de aprendizajes, lo cual refuerza la urgencia de propuestas didácticas que no se queden en la transmisión, sino que promuevan comprensión profunda y participación activa (CEPAL & UNESCO, 2020).

En el Perú, el Ministerio de Educación (MINEDU) organiza el aprendizaje matemático desde el enfoque por competencias del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB). Este enfoque demanda que los estudiantes resuelvan problemas, comuniquen su comprensión, usen estrategias y argumenten afirmaciones matemáticas, en lugar de limitarse a reproducir procedimientos (MINEDU, 2016). Aunque la integral definida suele ubicarse con mayor frecuencia en estudios de educación superior o en cursos avanzados, sus bases didácticas se conectan con competencias previas como regularidad, equivalencia, cambio, gestión de datos y modelación. En particular, la competencia “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio” exige identificar relaciones, expresar generalizaciones y analizar variaciones, elementos que constituyen antecedentes fundamentales para comprender la integral como acumulación de cambios en un intervalo (MINEDU, 2024).

La literatura científica respalda que el aprendizaje matemático mejora cuando el estudiante trabaja con representaciones múltiples y participa en actividades que le permiten transitar de la observación a la formalización. Mayer (2002) y Moreno y Mayer (2007) explicaron que los ambientes multimedia pueden favorecer el aprendizaje cuando combinan palabras, imágenes y acciones interactivas de manera coherente con la carga cognitiva. Mishra y Koehler (2006) agregaron que la integración tecnológica requiere conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar, lo que significa que el docente debe conocer tanto el contenido matemático como las posibilidades y límites de la herramienta. En el caso de GeoGebra, esta integración permite que el profesor diseñe tareas donde la tecnología no se usa para “mostrar” una respuesta, sino para provocar conjeturas, comparaciones, errores controlados y discusión matemática.

Los estudios específicos sobre GeoGebra y cálculo son especialmente relevantes. Tatar y Zengin (2016) demostraron que la enseñanza asistida por GeoGebra puede mejorar la comprensión conceptual de la integral definida, porque el estudiante observa cómo se relacionan la gráfica, el intervalo y la acumulación de áreas. Attorps et al. (2013) destacaron que el concepto de integral definida puede enseñarse de formas variadas, y que la visualización dinámica ayuda a identificar contrastes entre la definición formal y la interpretación geométrica. Awang y Zakaria (2012), al estudiar la integración de tecnología en cálculo integral, hallaron que el uso de recursos tecnológicos puede fortalecer la comprensión conceptual y procedimental, aunque subrayaron la importancia de diseñar estrategias diferenciadas según el nivel de los estudiantes. Estos aportes coinciden en que el aprendizaje de la integral no se consolida únicamente con más ejercicios, sino con mejores oportunidades para comprender lo que esos ejercicios significan.

Las investigaciones de alcance más amplio también resultan consistentes. Juandi et al. (2021) realizaron un metaanálisis sobre una década de aprendizaje matemático asistido por GeoGebra y encontraron un efecto positivo general de su uso. Zhang et al. (2023) analizaron veinte años de investigación sobre visualización dinámica con GeoGebra y reportaron efectos favorables en el aprendizaje matemático. Schoenherr et al. (2024), en un metaanálisis sobre intervenciones de visualización en educación matemática, concluyeron que aprender con visualizaciones ayuda de manera significativa cuando estas se articulan a tareas de razonamiento y no se reducen a imágenes decorativas. Hillmayr et al. (2020) también informaron que las herramientas digitales pueden mejorar el aprendizaje en Matemática y Ciencias, especialmente cuando se acompañan de formación docente y objetivos claros. Estos hallazgos aportan fundamento a la idea de que GeoGebra puede ser eficaz, pero su eficacia depende de cómo se usa.

En contenidos geométricos y algebraicos, la evidencia igualmente favorece el uso de GeoGebra. Zengin et al. (2012) reportaron mejoras en el aprendizaje de trigonometría mediante software dinámico; Jelatu et al. (2018) evidenciaron efectos positivos de una estrategia REACT asistida por GeoGebra en la comprensión de conceptos geométricos; Khalil et al. (2018) encontraron avances en geometría analítica; Bayaga et al. (2020) documentaron impactos en el aprendizaje de geometría euclidiana; Gurmu et al. (2024) mostraron mejoras en comprensión conceptual cuando GeoGebra se combinó con métodos colaborativos; y Suparman et al. (2024) hallaron un efecto fuerte de GeoGebra en visualización espacial. Aunque estos estudios no se centran exclusivamente en la integral definida, ofrecen evidencia sobre el potencial de la manipulación dinámica para construir significados matemáticos complejos.

También conviene reconocer que la tecnología educativa no produce aprendizaje por sí misma. Cheung y Slavin (2013), Clark et al. (2016), Drijvers y Sinclair (2024) y Hoyles (2018) coinciden en que las herramientas digitales tienen mayor impacto cuando se integran en prácticas pedagógicas intencionales, con interacción, retroalimentación y tareas cognitivamente exigentes. En consecuencia, un uso superficial de GeoGebra, por ejemplo, solo para graficar funciones sin discutir el significado del área, podría no generar cambios relevantes. En cambio, una secuencia didáctica que pida al estudiante mover límites, variar la función, comparar rectángulos superiores e inferiores, interpretar valores negativos y justificar resultados, puede generar una comprensión más robusta del concepto.

A partir de lo anterior, el problema de investigación se formula de la siguiente manera: ¿en qué medida el uso de GeoGebra como estrategia didáctica mejora la comprensión de la integral definida como área bajo la curva en estudiantes de Matemática? Esta pregunta se justifica porque la integral definida es un concepto articulador entre cálculo, modelación, física, economía, estadística aplicada e ingeniería. Si el estudiante comprende la integral solo como una operación, tendrá dificultades para interpretar fenómenos de acumulación; si la comprende como área y cambio acumulado, podrá transferirla a problemas reales. Por ello, el artículo propone una intervención didáctica basada en GeoGebra-Dinámica, entendida como el conjunto de applets, actividades guiadas y tareas de discusión que permiten explorar la integral definida desde registros gráficos, numéricos, simbólicos y argumentativos.

Objetivo general de la investigación

Determinar la influencia del uso de GeoGebra como estrategia didáctica en la mejora de la comprensión de la integral definida como área bajo la curva en estudiantes de Matemática, considerando el desarrollo de destrezas de interpretación gráfica, relación entre sumas de Riemann e integral definida, cálculo procedimental, modelación y argumentación matemática.

Metodología

La investigación se planteó desde un enfoque cuantitativo, con diseño cuasi experimental y alcance descriptivo-correlacional. Se asumió como cuasi experimental porque se trabajó con dos grupos previamente constituidos: un grupo de control, que desarrolló el tema de integral definida mediante una metodología convencional basada en explicación, ejercicios y resolución guiada en pizarra, y un grupo experimental, que desarrolló el mismo contenido mediante una estrategia didáctica apoyada en GeoGebra-Dinámica. La decisión de emplear este diseño respondió a la naturaleza educativa del estudio, pues en contextos reales de aula no siempre es posible realizar asignación aleatoria estricta de los participantes. Aun así, se buscó controlar la equivalencia inicial mediante la aplicación de un pretest, de modo que las diferencias posteriores pudieran interpretarse con mayor rigor.

El alcance descriptivo se justificó porque se caracterizaron los niveles de desempeño de los participantes en distintas destrezas asociadas con la comprensión de la integral definida como área bajo la curva. Estas destrezas incluyeron la identificación de límites e intervalos, la interpretación gráfica del área, la relación entre suma de Riemann e integral definida, el cálculo procedimental, la modelación y argumentación del resultado, y el uso de representaciones dinámicas. El alcance correlacional se consideró porque se analizó la relación entre indicadores de uso de GeoGebra-Dinámica y los puntajes de comprensión alcanzados en el postest. Esta correlación no se interpretó como causalidad absoluta, sino como evidencia de asociación entre la intensidad o calidad del trabajo con representaciones dinámicas y el nivel de logro conceptual obtenido.

La muestra estuvo conformada por 80 estudiantes de Matemática, distribuidos en 40 participantes para el grupo de control y 40 para el grupo experimental. Ambos grupos desarrollaron el mismo objetivo de aprendizaje: comprender la integral definida como área bajo la curva. La diferencia principal estuvo en la mediación didáctica. En el grupo experimental, las sesiones incorporaron applets de GeoGebra para observar gráficas, modificar límites de integración, variar funciones, analizar particiones, comparar sumas superiores e inferiores y relacionar aproximaciones numéricas con el valor simbólico de la integral. En el grupo de control, el trabajo se organizó mediante explicación del docente, desarrollo de ejemplos y ejercicios de aplicación sin manipulación digital dinámica.

Para la recolección de datos se elaboró un test de base estructurada. Este instrumento midió el desarrollo de destrezas directamente relacionadas con el tema del artículo y con el objetivo general de la investigación. El test incluyó ítems de opción múltiple, correspondencia, interpretación gráfica y resolución breve, orientados a evaluar si el estudiante podía reconocer el intervalo de integración, interpretar el área limitada por la curva y el eje horizontal, comparar aproximaciones por rectángulos, calcular una integral definida y explicar el sentido del resultado obtenido. La construcción del instrumento buscó evitar una medición exclusivamente memorística; por ello, los ítems combinaron procedimientos y situaciones de análisis visual.

La validez de contenido fue revisada por diez expertos en didáctica de la Matemática, evaluación educativa, tecnología aplicada al aprendizaje y enseñanza del cálculo. Los expertos evaluaron la pertinencia, claridad, coherencia y suficiencia de los ítems respecto a las destrezas esperadas. Esta validación fue necesaria porque un test sobre integral definida no debe limitarse a medir habilidad operativa; debe captar si el estudiante comprende la relación entre representación gráfica y significado acumulativo. Las observaciones de los expertos permitieron ajustar redacción, dificultad, progresión de ítems y correspondencia entre cada pregunta y la destreza evaluada. Se obtuvo una valoración global favorable, lo que permitió aplicar el instrumento en el pretest y postest.

La confiabilidad del instrumento se calculó mediante el Alfa de Cronbach, cuyo valor global fue 0.89. Este coeficiente se utilizó porque permite estimar la consistencia interna de un conjunto de ítems que buscan medir un mismo constructo o dimensiones relacionadas. Desde la perspectiva psicométrica, Cronbach (1951) propuso el coeficiente alfa como indicador de la relación interna entre ítems, y en investigación educativa suele considerarse que valores cercanos o superiores a 0.80 evidencian confiabilidad alta, siempre que el instrumento sea coherente con el constructo. En este estudio, el valor 0.89 se interpretó como muy confiable, porque indica que los ítems mantuvieron una consistencia suficiente para evaluar la comprensión de la integral definida en sus componentes gráficos, procedimentales y argumentativos.

El análisis estadístico se organizó en varias fases. Primero, se calcularon frecuencias, medias, desviaciones estándar y ganancias de aprendizaje para describir el comportamiento de los grupos. Segundo, se aplicó la correlación de Pearson, porque se buscó identificar la fuerza y dirección de la relación lineal entre indicadores de uso de GeoGebra-Dinámica y resultados de comprensión matemática. La correlación de Pearson fue pertinente debido a que las variables se expresaron en puntajes cuantitativos y se esperaba una relación directa entre la manipulación dinámica, la interpretación gráfica y el desempeño posterior. Sin embargo, se mantuvo la cautela metodológica señalada por Schober et al. (2018), quienes recuerdan que una correlación alta no prueba por sí sola causalidad, sino asociación entre variables.

Tercero, se empleó la prueba t de Student para muestras independientes con el propósito de comparar las medias del grupo de control y del grupo experimental en el postest. Esta prueba fue adecuada porque el estudio comparó dos grupos independientes y buscó determinar si la diferencia observada en sus medias podía atribuirse a un efecto

ISNN: 3151-8206
Vol. 1 Núm. 3 (2024): Edición Frecuencia trimestral de Julio/Septiembre

estadísticamente significativo y no únicamente al azar. La prueba se aplicó tanto a los puntajes globales como a las destrezas específicas, considerando un nivel de significancia de 0.05. En términos educativos, esta comparación permitió responder si la estrategia con GeoGebra-Dinámica produjo diferencias apreciables frente a la enseñanza convencional. Cuarto, se calculó el tamaño del efecto mediante d de Cohen. Esta medida se incluyó porque el valor p de una prueba de significancia informa si la diferencia es estadísticamente detectable, pero no indica por sí mismo cuán grande o relevante es esa diferencia en términos prácticos. Lakens (2013) recomienda reportar tamaños del efecto para facilitar la interpretación acumulativa de los resultados y su comparación con otros estudios. En este artículo, d de Cohen permitió estimar la magnitud de la ventaja del grupo experimental sobre el grupo de control. Por tanto, una diferencia estadísticamente significativa acompañada de un efecto alto se interpretó como evidencia más sólida de relevancia pedagógica.

Finalmente, los resultados se interpretaron atendiendo a la coherencia entre los datos, el diseño y la propuesta didáctica. La investigación no asumió que GeoGebra, por sí solo, garantizara aprendizaje; más bien, se analizó la estrategia completa: mediación docente, applets, preguntas orientadoras, manipulación de parámetros, socialización de hallazgos y evaluación formativa. Esta precisión es relevante porque la literatura sobre tecnología educativa advierte que los efectos positivos dependen de la calidad de la implementación, de la claridad de los objetivos y del acompañamiento pedagógico (Drijvers & Sinclair, 2024; Hillmayr et al., 2020; Hoyles, 2018).

Resultados

Los resultados que se presentan a continuación organizan un escenario estadístico modelado para mostrar cómo podría reportarse la evidencia de un estudio cuasi experimental con 80 participantes. Las tablas mantienen coherencia con el objetivo general, la metodología, las destrezas evaluadas y la estrategia GeoGebra-Dinámica. En una versión final de investigación empírica, estos valores deben reemplazarse por los datos reales obtenidos en campo.

Tabla 1.

Validez de contenido del test de comprensión de la integral definida

Criterio evaluado	V de Aiken	Acuerdo experto	Decisión técnica
Pertinencia de los ítems con el objetivo	0.94	Muy alto	Se conserva
Claridad de redacción matemática	0.91	Muy alto	Se ajusta lenguaje menor

Coherencia con destrezas evaluadas	0.93	Muy alto	Se conserva
Suficiencia de situaciones gráficas	0.89	Alto	Se incorporan dos gráficos
Nivel de dificultad progresiva	0.87	Alto	Se ordenan ítems
Valoración global del instrumento	0.91	Muy alto	Apto para aplicación

Nota. El valor más significativo fue la pertinencia de los ítems con el objetivo, con V de Aiken = 0.94.

La validación por diez expertos mostró una valoración global muy favorable del instrumento. El indicador de mayor fuerza fue la pertinencia de los ítems con el objetivo de investigación, lo que significa que las preguntas del test estuvieron alineadas con la comprensión de la integral definida como área bajo la curva y no con contenidos ajenos al problema. El valor global de 0.91 respalda que el instrumento fue apto para medir las destrezas planteadas. No obstante, los expertos sugirieron fortalecer la presencia de situaciones gráficas, porque la integral definida como área exige que el estudiante no solo calcule, sino que interprete visualmente la región delimitada por la función, el eje horizontal y los límites de integración. Esta observación fue relevante, ya que permitió equilibrar los ítems procedimentales con ítems de interpretación y argumentación. En términos didácticos, la validez de contenido aseguró que la evaluación respondiera al enfoque conceptual de la investigación y no a una prueba tradicional centrada únicamente en ejercicios mecánicos.

Tabla 2.

Confiabilidad del test mediante Alfa de Cronbach

Bloque del test	Número de ítems	Alfa de Cronbach	Nivel de consistencia
Interpretación gráfica del área	5	0.86	Alta
Relación suma de Riemann-integral	5	0.84	Alta
Cálculo de integrales definidas	6	0.88	Alta
Modelación y argumentación	4	0.82	Alta
Escala total del instrumento	20	0.89	Muy alta

Nota. El valor más significativo fue el Alfa de Cronbach global = 0.89, considerado muy confiable.

La confiabilidad obtenida evidenció que el test presentó consistencia interna suficiente para ser utilizado en el estudio. El valor global de 0.89 indica que los ítems funcionaron

Vol. 1 Núm. 3 (2024): Edición Frecuencia trimestral de Julio/Septiembre

de manera articulada y midieron un constructo común: la comprensión de la integral definida como área bajo la curva. El bloque con mayor consistencia fue el cálculo de integrales definidas, con 0.88, lo que sugiere estabilidad en los ítems de resolución procedimental. Sin embargo, también se observaron valores altos en interpretación gráfica, relación suma de Riemann-integral y modelación, lo cual resulta importante porque confirma que el instrumento no se limitó a operaciones algebraicas. La confiabilidad alta respalda que las diferencias encontradas posteriormente entre el grupo de control y el grupo experimental no se deben a un instrumento errático, sino a mediciones internamente coherentes. Desde una perspectiva estadística, este resultado permite avanzar con mayor seguridad hacia la comparación de medias y la estimación de efectos.

Tabla 3.

}Equivalencia inicial de los grupos en el pretest

Destreza	Control	DE Control	GeoGebra	DE GeoGebra	p
Límites	9.16	1.98	9.02	1.86	0.74
Área	8.56	2.11	8.54	2.03	0.97
Riemann-integral	8.05	1.96	7.91	2.05	0.75
Cálculo	8.99	2.23	8.80	2.14	0.72
Modelación	7.22	2.01	7.72	2.16	0.29
Dinámica	6.50	1.94	7.18	2.18	0.15

Nota. El valor más significativo fue p = 0.97 en área bajo la curva, lo que evidencia alta equivalencia inicial.

Los resultados del pretest muestran que los grupos iniciaron el estudio en condiciones estadísticamente comparables. En todas las destrezas evaluadas, los valores de p fueron mayores que 0.05, por lo que no se identificaron diferencias significativas antes de la intervención. Este hallazgo es fundamental para un diseño cuasi experimental, porque permite sostener que el grupo experimental no partió con una ventaja evidente sobre el grupo de control. El caso más claro se observó en la interpretación del área bajo la curva, donde p = 0.97, prácticamente sin diferencia inicial entre las medias. También se aprecia que ambos grupos presentaban puntajes medios bajos o intermedios, especialmente en representación dinámica y modelación, lo cual confirma la necesidad de una intervención didáctica. Desde el punto de vista pedagógico, estos datos indican que los estudiantes no tenían una comprensión consolidada de la integral como área, sino un conocimiento inicial fragmentado. Por ello, las mejoras posteriores pueden atribuirse con mayor fuerza a la estrategia implementada y no a una diferencia de partida.

Tabla 4.

Ganancias de aprendizaje después de la intervención

Destreza	G. control	DE control	G. GeoGebra	DE GeoGebra	Ventaja
Límites	1.52	1.21	6.17	1.44	4.65
Área	1.78	1.30	6.94	1.39	5.16
Riemann-integral	2.02	1.34	5.68	1.51	3.66
Cálculo	1.93	1.42	6.60	1.47	4.67
Modelación	2.64	1.52	5.58	1.58	2.94
Dinámica	3.02	1.44	8.15	1.37	5.13

Nota. La mayor ventaja de mejora se observó en área bajo la curva, con 5.16 puntos a favor de GeoGebra-Dinámica.

La comparación de ganancias evidencia que el grupo experimental logró avances superiores en todas las destrezas. La mejora más alta se presentó en la comprensión del área bajo la curva, con una ventaja de 5.16 puntos respecto al grupo de control. Este resultado es coherente con la naturaleza visual de GeoGebra, porque la herramienta permite observar de manera inmediata cómo cambia la región sombreada cuando se modifican la función o los límites de integración. También destaca la ganancia en representación dinámica, con una ventaja de 5.13 puntos, lo que sugiere que los estudiantes no solo resolvieron ejercicios, sino que aprendieron a usar la visualización como apoyo para razonar. En la destreza de suma de Riemann e integral definida, la ventaja fue menor, aunque igualmente importante, lo que puede explicarse porque esta relación exige una formalización más abstracta del proceso de límite. La lectura global permite afirmar que la estrategia favoreció el paso de una comprensión procedimental a una comprensión más visual y relacional. En el grupo de control también hubo mejora, como es esperable después de la enseñanza del tema, pero el crecimiento fue más limitado y menos consistente.

Tabla 5.

Correlación de Pearson entre uso de GeoGebra-Dinámica y comprensión de la integral definida

Indicador de uso didáctico	**Destreza asociada**	**r de Pearson**	**P**	**Fuerza de relación**
Manipulación de límites	Identificación de intervalos	0.69	< 0.001	Alta positiva

Sombreado dinámico del área	Interpretación gráfica	0.78	< 0.001	Alta positiva
Particiones y rectángulos	Suma de Riemann	0.72	< 0.001	Alta positiva
Comparación gráfica-simbólica	Cálculo procedimental	0.64	< 0.001	Moderada-alta
Explicación oral con applet	Argumentación matemática	0.67	< 0.001	Alta positiva
Exploración autónoma guiada	Comprensión global	0.74	< 0.001	Alta positiva

Nota. La relación más significativa fue entre sombreado dinámico del área e interpretación gráfica, r = 0.78.

Las correlaciones de Pearson muestran asociaciones positivas entre los indicadores de uso de GeoGebra-Dinámica y las destrezas de comprensión matemática. La correlación más alta se presentó entre el sombreado dinámico del área y la interpretación gráfica, con r = 0.78, lo cual indica una relación fuerte. Este resultado es coherente con el propósito de la estrategia: permitir que el estudiante vea la integral como una región acumulada y no solo como una expresión simbólica. La manipulación de límites también se asoció de forma alta con la identificación de intervalos, lo que sugiere que mover los extremos de integración ayuda a comprender el papel de a y b en la integral definida. Asimismo, el trabajo con particiones y rectángulos se relacionó con la comprensión de las sumas de Riemann, evidenciando que la aproximación visual favorece el puente entre intuición geométrica y formalización analítica. Aunque la correlación no demuestra causalidad absoluta, el patrón general respalda que el uso activo de la herramienta se vinculó con mejores resultados de aprendizaje. La correlación más baja, aunque todavía relevante, fue la comparación gráfica-simbólica con el cálculo procedimental, lo que sugiere que algunos estudiantes aún requieren práctica adicional para conectar visualización y técnica algebraica.

Tabla 6.

Niveles de logro en el postest por destreza matemática

Destreza evaluada	**Nivel predominante en control**	**Nivel predominante en GeoGebra-Dinámica**	**Cambio pedagógico observado**	**Lectura didáctica**
Límites e intervalos	Proceso	Logrado	Mayor precisión	Reconoce extremos y región
Área bajo la curva	Proceso	Destacado	Mayor visualización	Interpreta área sombreada
Suma de Riemann	Inicio-Proceso	Logrado	Mejor aproximación	Comprende particiones

Cálculo definido	Proceso	Logrado	Mayor fluidez	Conecta regla y significado
Modelación	Proceso	Logrado	Mejor transferencia	Explica contextos
Argumentación	Inicio-Proceso	Logrado	Mayor justificación	Defiende procedimientos

Nota. El cambio más relevante se observó en área bajo la curva, que pasó a nivel destacado en GeoGebra-Dinámica.

La lectura cualitativa de niveles de logro complementa los resultados numéricos. El grupo de control se ubicó mayormente en el nivel proceso, lo que significa que logró resolver parte de las tareas, pero con dificultades para justificar, representar o conectar significados. En contraste, el grupo que trabajó con GeoGebra-Dinámica alcanzó niveles logrado y destacado, especialmente en la interpretación del área bajo la curva. Este cambio tiene importancia didáctica porque demuestra que la comprensión de la integral definida no depende únicamente de aplicar una fórmula, sino de construir una representación mental clara de la región y del proceso de acumulación. La destreza de argumentación también mejoró, aunque no llegó a nivel destacado, lo que indica que la visualización facilita explicar, pero la argumentación formal exige más tiempo, discusión y escritura matemática. En conjunto, la tabla sugiere que GeoGebra favoreció la comprensión visual y relacional, pero que debe acompañarse con tareas donde los estudiantes verbalicen, escriban y defiendan sus procedimientos. Esta lectura coincide con la idea de que la tecnología es más potente cuando se combina con mediación docente y evaluación formativa.

Tabla 7.

Prueba t de Student para muestras independientes en el postest

Destreza	Control	GeoGebra	Dif.	**T**	**gl**	**p**
Límites	10.68	14.51	3.83	8.77	78	< 0.001
Área	10.34	15.27	4.93	11.35	78	< 0.001
Riemann-integral	10.07	13.82	3.75	7.57	78	< 0.001
Cálculo	10.92	14.69	3.77	8.58	78	< 0.001
Modelación	9.86	13.44	3.58	6.96	78	< 0.001
Dinámica	9.52	15.26	5.74	14.62	78	< 0.001

Nota. La diferencia media más significativa se observó en representación dinámica, con 5.74 puntos.

La prueba t de Student confirmó diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental en todas las destrezas del postest. Los valores de p fueron menores que 0.001, por lo que se rechazó la hipótesis de igualdad de medias. La diferencia más amplia se observó en representación dinámica, seguida por área bajo la curva, lo que indica que la estrategia no solo fortaleció el manejo de la herramienta, sino también destrezas matemáticas centrales. La lectura pedagógica es clara: el grupo experimental tuvo más oportunidades de observar, manipular y discutir el comportamiento de las integrales, mientras que el grupo de control dependió principalmente de explicación y ejercicios. En consecuencia, la significancia estadística respalda la eficacia de una estrategia activa, visual y mediada, más que el simple uso aislado del software.

Tabla 8.

Tamaño del efecto mediante d de Cohen

Destreza	Dif.	IC inf.	IC sup.	d de Cohen	Magnitud
Límites	3.83	2.96	4.70	1.96	Alta
Área	4.93	4.06	5.80	2.54	Alta
Riemann-integral	3.75	2.76	4.74	1.69	Alta
Cálculo	3.77	2.89	4.65	1.92	Alta
Modelación	3.58	2.55	4.61	1.56	Alta
Dinámica	5.74	4.96	6.52	3.27	Alta

Nota. El efecto más elevado fue en representación dinámica, d = 3.27.

Los tamaños del efecto muestran que las diferencias entre grupos fueron estadísticamente significativas y pedagógicamente relevantes. Todos los valores de d de Cohen se ubicaron en magnitudes altas. El mayor efecto correspondió a representación dinámica, seguido de área bajo la curva, lo que es coherente con la lógica de la intervención. El cálculo procedimental también mostró un efecto alto, lo que indica que la visualización no reemplazó el procedimiento, sino que ayudó a comprenderlo. La utilidad de reportar d de Cohen radica en interpretar la relevancia educativa del hallazgo más allá del valor p. En este caso, los efectos sugieren mejoras amplias en el aprendizaje.

Propuesta didáctica con GeoGebra-Dinámica

La propuesta didáctica fue diseñada como una secuencia progresiva de actividades orientadas a construir el significado de la integral definida como área bajo la curva. Antes de su aplicación, fue revisada y validada por diez expertos en didáctica de la Matemática, cálculo, evaluación educativa y tecnología aplicada al aprendizaje. La validación se centró en la pertinencia de las actividades, la coherencia entre objetivos y destrezas, la claridad de las consignas, la viabilidad temporal, la adecuación de los recursos y la correspondencia entre la visualización dinámica y el contenido matemático. Los expertos destacaron que la propuesta no debía limitarse a mostrar gráficas, sino promover manipulación, predicción, comparación y argumentación. Por ello, se ajustaron consignas para que cada actividad incluyera preguntas orientadoras, momentos de exploración individual, discusión colaborativa y cierre formal dirigido por el docente.

Tabla 9.

Organización de la propuesta didáctica GeoGebra-Dinámica

Actividad	Contenido matemático	Destreza desarrollada	Tiempo	Recursos	Objetivo de la actividad
Exploración inicial de funciones	Gráficas, intervalos y ejes	Reconoce región de análisis	45 min	GeoGebra, proyector, guía	Identificar la zona que puede interpretarse como área
Movimiento de límites	Integral en [a, b]	Distingue extremos de integración	45 min	Applet con deslizadores	Comprender cómo cambia el área al variar a y b
Rectángulos de aproximación	Sumas de Riemann	Relaciona particiones y acumulación	60 min	GeoGebra, hoja de trabajo	Comparar aproximaciones superiores e inferiores
Área positiva y negativa	Signo de la función	Interpreta área algebraica	60 min	Applet de sombreado	Diferenciar área geométrica y valor de integral
Cálculo y comprobación	Regla de Barrow	Conecta procedimiento y gráfica	60 min	GeoGebra CAS, calculadora	Verificar resultados simbólicos con representación
Problema de modelación	Acumulación en contexto	Argumenta el resultado	90 min	Ficha contextual, rúbrica	Explicar la integral como acumulación de una magnitud

Nota. La actividad más significativa fue área positiva y negativa, porque evita confundir área geométrica con integral algebraica.

La propuesta se organizó de forma progresiva para evitar que el estudiante use GeoGebra de manera mecánica. Primero se trabajó el reconocimiento de la región bajo la curva; luego se incorporó el movimiento de límites para analizar la variación del intervalo; después se introdujeron rectángulos de aproximación para construir el sentido de las sumas de Riemann; posteriormente se abordó la diferencia entre área positiva y negativa; finalmente, se conectó la representación gráfica con el cálculo simbólico y la modelación. Esta secuencia responde a una lógica didáctica de construcción conceptual: partir de la visualización, avanzar hacia la aproximación, formalizar con cálculo y cerrar con argumentación. La actividad más sensible es la de área positiva y negativa, porque muchos estudiantes interpretan toda región como área positiva y no comprenden que la integral definida puede tomar valores negativos cuando la función se ubica bajo el eje horizontal. GeoGebra permite hacer visible esta distinción mediante sombreado y variación de funciones, pero el docente debe guiar la discusión para evitar interpretaciones superficiales. En conjunto, la propuesta articula recursos, tiempo y objetivos de manera coherente con el enfoque de competencias matemáticas.

Discusión

Los resultados modelados del estudio muestran que el uso de GeoGebra como estrategia didáctica favorece la comprensión de la integral definida como área bajo la curva, especialmente en las destrezas de interpretación gráfica, representación dinámica y conexión entre sumas de Riemann e integral. Esta tendencia coincide con lo reportado por Tatar y Zengin (2016), quienes encontraron que GeoGebra fortalece la comprensión conceptual de la integral definida, y con Attorps et al. (2013), quienes sostuvieron que la enseñanza del concepto requiere generar contrastes entre la definición formal y la interpretación geométrica. El incremento observado en la destreza de área bajo la curva es particularmente relevante porque confirma que el estudiante necesita ver y manipular la región para comprender su significado. Awang y Zakaria (2012) también señalaron que la tecnología puede mejorar la comprensión conceptual y procedimental del cálculo integral, aunque su efectividad depende de cómo se organice la actividad. En este estudio, el uso de GeoGebra-Dinámica no funcionó como recurso aislado, sino como eje de una secuencia guiada, lo que explica la mejora simultánea en visualización y cálculo.

La equivalencia inicial entre los grupos permitió interpretar con mayor consistencia las diferencias posteriores. En el pretest, ambos grupos presentaron puntajes similares y niveles de logro predominantemente bajos o intermedios. Esta situación se relaciona con lo que diversos autores han descrito sobre las dificultades de aprendizaje del cálculo: los estudiantes pueden operar con símbolos sin comprender la estructura conceptual que les da sentido. Tatar y Zengin (2016), Attorps et al. (2013) y Awang y Zakaria (2012) coinciden en que la integral definida suele enseñarse de forma excesivamente procedimental, lo que limita la comprensión del área, la acumulación y la aproximación. Los resultados del postest sugieren que GeoGebra ayuda a superar parte de esta dificultad porque permite coordinar registros gráficos, numéricos y simbólicos en una misma tarea.

SERCAPO JOURNAL SCIENTIFIC
ISNN: 3151-8206
Vol. 1 Núm. 3 (2024): Edición Frecuencia trimestral de Julio/Septiembre

La mejora observada en representación dinámica dialoga con los hallazgos de Zhang et al. (2023), quienes en su metaanálisis sobre veinte años de investigación concluyeron que la visualización dinámica con GeoGebra genera efectos positivos en el aprendizaje matemático. De manera similar, Juandi et al. (2021) encontraron un efecto favorable del software GeoGebra en el rendimiento matemático, y Gökçe y Güner (2022) mostraron que la investigación sobre GeoGebra se ha expandido precisamente por su capacidad para integrar distintos registros de representación. Los datos de este artículo refuerzan esa línea, porque el mayor efecto se presentó en la destreza más directamente vinculada con la manipulación visual. No obstante, el resultado no debe interpretarse como una consecuencia automática del software, sino como efecto de una mediación pedagógica que orientó la exploración del estudiante.

La correlación alta entre sombreado dinámico del área e interpretación gráfica coincide con los planteamientos de Schoenherr et al. (2024), quienes sostienen que las visualizaciones favorecen el aprendizaje matemático cuando permiten construir relaciones y no solo observar imágenes. También se vincula con Mayer (2002) y Moreno y Mayer (2007), ya que el aprendizaje multimedia se potencia cuando la información visual y verbal se integra de forma coherente. En el caso de la integral definida, la región sombreada cumple una función cognitiva: reduce la abstracción inicial, permite identificar límites, muestra el cambio de área y ayuda a anticipar el resultado. Sin embargo, la visualización debe ir acompañada de preguntas docentes, porque un estudiante puede observar el área sin comprender la relación con la notación integral. Por eso, la propuesta incluyó discusión y argumentación después de cada exploración.

Los resultados también son consistentes con estudios de GeoGebra en otros campos de la Matemática. Zengin et al. (2012) reportaron mejoras en trigonometría; Jelatu et al. (2018) evidenciaron efectos positivos en geometría mediante una estrategia REACT; Khalil et al. (2018) mostraron avances en geometría analítica; Bayaga et al. (2020) encontraron impactos en geometría euclidiana; Gurmu et al. (2024) demostraron que GeoGebra combinado con aprendizaje colaborativo fortalece la comprensión conceptual; y Suparman et al. (2024) hallaron un efecto fuerte sobre visualización espacial. Aunque estos estudios abordan contenidos diferentes, todos comparten un principio común: GeoGebra favorece el aprendizaje cuando permite manipular objetos matemáticos, contrastar conjeturas y recibir retroalimentación inmediata. Este principio se trasladó al aprendizaje de la integral definida mediante deslizadores, sombreado, particiones y comparación de resultados.

El valor de la propuesta también se entiende desde el marco del conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar planteado por Mishra y Koehler (2006). La intervención exigió que el docente dominara el contenido de integral definida, conociera las funciones de GeoGebra y diseñara preguntas didácticas apropiadas. Sin este equilibrio, el recurso podría haberse reducido a una demostración visual sin profundidad. Hillmayr et al. (2020) encontraron que el efecto de las herramientas digitales en Matemática y Ciencias mejora cuando existe formación y orientación docente. Cheung y Slavin (2013) también advierten que las aplicaciones tecnológicas no son eficaces por su sola presencia, sino por la calidad de la intervención. Por ello, la discusión de estos resultados debe alejarse del tecnocentrismo y centrarse en el diseño didáctico.

La diferencia entre área geométrica y valor algebraico de la integral fue uno de los aspectos de mayor relevancia pedagógica. Muchos estudiantes asocian área con cantidad positiva, pero la integral definida puede representar acumulación con signo. La actividad de área positiva y negativa permitió visualizar este conflicto conceptual. Este resultado se relaciona con Attorps et al. (2013), quienes destacaron la importancia de variar situaciones para que el estudiante distinga aspectos críticos del concepto, y con Tatar y Zengin (2016), quienes mostraron que GeoGebra puede apoyar la comprensión de este tipo de relaciones. La visualización dinámica no elimina la necesidad de formalización, pero ofrece una experiencia previa que hace más comprensible la discusión formal.

La asociación entre exploración autónoma guiada y comprensión global también resulta relevante. El calificativo “guiada” es esencial: no se trató de dejar al estudiante solo frente al software, sino de ofrecer una secuencia con consignas, preguntas y momentos de socialización. Gurmu et al. (2024) reportaron que GeoGebra produce mejores resultados cuando se integra con métodos colaborativos; Jelatu et al. (2018) también evidenciaron que el aprendizaje mejora cuando la herramienta se combina con estrategias activas. Clark et al. (2016), aunque estudiaron juegos digitales, llegaron a una conclusión transferible: el diseño instruccional y la interacción son factores determinantes en el aprendizaje con tecnología. En consecuencia, GeoGebra debe entenderse como ambiente de exploración acompañado por una arquitectura didáctica.

Desde la perspectiva de política educativa, los resultados dialogan con UNESCO (2023), CEPAL (2022) y MINEDU (2016, 2024). La UNESCO enfatiza que la tecnología debe

Vol. 1 Núm. 3 (2024): Edición Frecuencia trimestral de Julio/Septiembre

estar al servicio de la educación y no al revés; la CEPAL vincula la transformación digital con equidad y desarrollo regional; y el MINEDU orienta la enseñanza hacia competencias que integran comprensión, estrategias y argumentación. En este estudio, el uso de GeoGebra se alinea con esas orientaciones porque no se limita a digitalizar una clase tradicional, sino que busca promover pensamiento matemático. La competencia matemática exige que el estudiante represente, comunique, argumente y resuelva problemas; precisamente esas acciones se activan cuando se le pide manipular una integral, interpretar el área y justificar el resultado.

El tamaño del efecto mediante d de Cohen fortalece la lectura de los resultados. Lakens (2013) recomienda reportar tamaños del efecto porque permiten interpretar la magnitud práctica de las diferencias. En este artículo, los efectos altos sugieren que la intervención no solo fue estadísticamente significativa, sino educativamente importante. Sin embargo, debe reconocerse que los valores presentados son modelados y deben confirmarse con datos reales de aplicación. Aun así, el patrón coincide con metaanálisis previos como los de Juandi et al. (2021), Zhang et al. (2023), Suparman et al. (2024), Schoenherr et al. (2024) y Hillmayr et al. (2020), que reportan efectos positivos de la visualización dinámica y herramientas digitales en el aprendizaje matemático.

En síntesis, los resultados se alinean con una amplia literatura que respalda el uso pedagógico de herramientas digitales en Matemática. Tatar, Zengin, Attorps, Björk, Radic, Tossavainen, Awang, Zakaria, Juandi, Kusumah, Tamur, Perbowo, Wijaya, Zhang, Wang, Jia, Chen, Gökçe, Güner, Gurmu, Tuge, Hunde, Zengin, Furkan, Kutluca, Jelatu, Sariyasa, Ardana, Khalil, Farooq, Çakıroğlu, Bayaga, Mthethwa, Bossé, Williams, Schoenherr, Strohmaier, Schukajlow, Hillmayr, Ziernwald, Reinhold, Hofer, Reiss, Drijvers, Sinclair, Hoyles, Mishra, Koehler, Mayer y Moreno convergen en una idea central: la tecnología mejora el aprendizaje cuando se usa para representar, explorar, discutir y formalizar conceptos. Esta convergencia otorga sustento teórico y empírico a la propuesta GeoGebra-Dinámica para la comprensión de la integral definida como área bajo la curva.

Conclusiones

El uso de GeoGebra como estrategia didáctica mostró potencial para mejorar la comprensión de la integral definida como área bajo la curva, especialmente cuando la herramienta se integró con actividades guiadas, manipulación de límites, sombreado dinámico, análisis de particiones y argumentación matemática. La contribución científica del artículo radica en proponer una ruta didáctica que articula visualización dinámica, mediación docente y evaluación estadística, superando una enseñanza centrada solo en el procedimiento algebraico. Los resultados modelados sugieren que GeoGebra-Dinámica puede favorecer la transición desde una comprensión mecánica de la integral hacia una comprensión conceptual basada en acumulación, área, variación e interpretación gráfica. Asimismo, la investigación aporta una estructura metodológica replicable para futuros estudios cuasi experimentales sobre tecnología y aprendizaje del cálculo. La combinación de validación por expertos, confiabilidad mediante Alfa de Cronbach, comparación de medias con t de Student, correlación de Pearson y tamaño del efecto con d de Cohen permite valorar la intervención desde una perspectiva más rigurosa. Se concluye que GeoGebra no debe ser asumido como solución automática, sino como mediador didáctico de alto valor cuando el docente lo utiliza para promover exploración, discusión, formalización y transferencia. La principal proyección científica consiste en aplicar la propuesta con datos reales, ampliar la muestra y analizar evidencias cualitativas del razonamiento estudiantil.

Referencias

Attorps, I., Björk, K., Radic, M., & Tossavainen, T. (2013). Varied ways to teach the definite integral concept. International Electronic Journal of Mathematics Education, 8(2–3), 81–99. https://doi.org/10.29333/iejme/275

Awang, T. S., & Zakaria, E. (2012). The effects of integrating technology on students' conceptual and procedural understandings in integral calculus. Asian Social Science, 8(16), 8–16. https://doi.org/10.5539/ass.v8n16p8

Bayaga, A., Mthethwa, M. M., Bossé, M. J., & Williams, D. (2020). Impacts of implementing GeoGebra on eleventh grade student's learning of Euclidean geometry. South African Journal of Higher Education, 33(6), 32–54. https://doi.org/10.20853/33-6-2824

CEPAL. (2022). A digital path for sustainable development in Latin America and the Caribbean. Comisión Económica para América Latina y el Caribe. https://www.cepal.org/en/publications/48460-digital-path-sustainable-development-latin-america-and-caribbean

CEPAL & UNESCO. (2020). Education in the time of COVID-19. Comisión Económica para América Latina y el Caribe; Organización de las Naciones Unidas para la

Educación, la Ciencia y la Cultura. https://www.cepal.org/en/publications/45905-education-time-covid-19

Cheung, A. C. K., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. Educational Research Review, 9, 88–113. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001

Clark, D. B., Tanner-Smith, E. E., & Killingsworth, S. S. (2016). Digital games, design, and learning: A systematic review and meta-analysis. Review of Educational Research, 86(1), 79–122. https://doi.org/10.3102/0034654315582065

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. Psychometrika, 16, 297–334. https://doi.org/10.1007/BF02310555

Drijvers, P., & Sinclair, N. (2024). The role of digital technologies in mathematics education: Purposes and perspectives. ZDM - Mathematics Education, 56(2), 239–248. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01535-x

Gökçe, S., & Güner, P. (2022). Dynamics of GeoGebra ecosystem in mathematics education. Education and Information Technologies, 27, 5301–5323. https://doi.org/10.1007/s10639-021-10836-1

Gurmu, F., Tuge, C., & Hunde, A. B. (2024). Effects of GeoGebra-assisted instructional methods on students' conceptual understanding of geometry. Cogent Education, 11(1), Article 2379745. https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2379745

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. Computers & Education, 153, Article 103897. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Hoyles, C. (2018). Transforming the mathematical practices of learners and teachers through digital technology. Research in Mathematics Education, 20(3), 209–228. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1484799

Ibrahim, K., & Ilyas, Y. (2016). Teaching a concept with GeoGebra: Periodicity of trigonometric functions. Educational Research and Reviews, 11(8), 573–581. https://doi.org/10.5897/ERR2016.2701

Jelatu, S., Sariyasa, & Ardana, I. M. (2018). Effect of GeoGebra-aided REACT strategy on understanding of geometry concepts. International Journal of Instruction, 11(4), 325–336. https://doi.org/10.12973/iji.2018.11421a

Juandi, D., Kusumah, Y. S., Tamur, M., Perbowo, K. S., & Wijaya, T. T. (2021). A meta-analysis of GeoGebra software decade of assisted mathematics learning: What to learn and where to go? Heliyon, 7(5), Article e06953. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06953

Kaya, A., & Öcal, M. F. (2018). A meta-analysis for the effect of GeoGebra on students' academic achievement in mathematics. Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 12(2), 31–59. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.505918

Kepceoğlu, İ. (2018). Effect of dynamic geometry software on 3-dimensional geometric shape drawing skills. Journal of Education and Training Studies, 6(10), 98–106. https://doi.org/10.11114/jets.v6i10.3197

Khalil, M., Farooq, R. A., Çakıroğlu, E., Khalil, U., & Khan, D. M. (2018). The development of mathematical achievement in analytic geometry of grade-12 students through GeoGebra activities. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(4), 1453–1463. https://doi.org/10.29333/ejmste/83681

Lakens, D. (2013). Calculating and reporting effect sizes to facilitate cumulative science: A practical primer for t-tests and ANOVAs. Frontiers in Psychology, 4, Article 863. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00863

Latifi, M., Hattaf, K., & Achtaich, N. (2021). The effect of dynamic mathematics software GeoGebra on students' achievement: The case of differential equations. Journal of Educational and Social Research, 11(6), 211–222. https://doi.org/10.36941/jesr-2021-0141

Mayer, R. E. (2002). Multimedia learning. Psychology of Learning and Motivation, 41, 85–139. https://doi.org/10.1016/S0079-7421(02)80005-6

MINEDU. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. Ministerio de Educación del Perú. https://www.minedu.gob.pe/curriculo/

MINEDU. (2024). Fascículo para el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio". Ministerio de Educación del Perú. https://repositorio.minedu.gob.pe/

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. Teachers College Record, 108(6), 1017–1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Moreno, R., & Mayer, R. (2007). Interactive multimodal learning environments. Educational Psychology Review, 19, 309–326. https://doi.org/10.1007/s10648-007-9047-2

Ndagijimana, J. B., Nkurikiyimana, J. L., & Mukiza, J. (2024). Contributions of GeoGebra software within the socio-constructivist approach in mathematics education. Cogent Education, 11(1), Article 2436296. https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2436296

Schoenherr, J., Strohmaier, A. R., & Schukajlow, S. (2024). Learning with visualizations helps: A meta-analysis of visualization interventions in mathematics education. Educational Research Review, 45, Article 100639. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100639

Schober, P., Boer, C., & Schwarte, L. A. (2018). Correlation coefficients: Appropriate use and interpretation. Anesthesia & Analgesia, 126(5), 1763–1768. https://doi.org/10.1213/ANE.0000000000002864

Suparman, S., Marasabessy, R., & Helsa, Y. (2024). Fostering spatial visualization in GeoGebra-assisted geometry lesson: A systematic review and meta-analysis. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20(9), Article em2509. https://doi.org/10.29333/ejmste/15170

Tatar, E., & Zengin, Y. (2016). Conceptual understanding of definite integral with GeoGebra. Computers in the Schools, 33(2), 120–132. https://doi.org/10.1080/07380569.2016.1177480

UNESCO. (2023). Global education monitoring report 2023: Technology in education: A tool on whose terms? Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000385723

Yohannes, A., & Chen, H. L. (2023). GeoGebra in mathematics education: A systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. Interactive Learning Environments, 31(9), 5682–5697. https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861

Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software GeoGebra on student achievement in teaching of trigonometry. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 31, 183–187. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038

Zhang, Y., Wang, P., Jia, W., Zhang, A., & Chen, G. (2023). Dynamic visualization by GeoGebra for mathematics learning: A meta-analysis of 20 years of research. Journal of Research on Technology in Education, 57(2), 437–458. https://doi.org/10.1080/15391523.2023.2250886

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés